

Prova Finale di Fisica Generale II

14 gennaio 2005

1. Cinque particelle puntiformi identiche di carica $q = +135$ pC sono allineate sull'asse x nei punti $P_1 = (-2a, 0, 0)$, $P_2 = (-a, 0, 0)$, $P_3 = (0, 0, 0)$, $P_4 = (a, 0, 0)$ e $P_5 = (2a, 0, 0)$, con $a = 1.35$ mm.

(a) Calcolare il potenziale elettrostatico $V(Q)$ nel punto $Q = (0, a, 0)$.

(b) Calcolare il flusso ϕ_E del campo elettrico attraverso la superficie sferica di raggio $R = 2.45$ mm centrata sull'origine degli assi.

Considerare ora il caso in cui lo spazio sia occupato soltanto da un filo sottile che si estende lungo x da $x_A = -(5/2)a$ a $x_B = (5/2)a$, sul quale sia depositata una carica uniforme di densità lineare $\lambda = 100$ pC/mm.

(c) Calcolare il potenziale in Q dovuto al filo e confrontarlo con quello del punto (a). Può essere utile ricordare l'integrale indefinito $\int (x^2 + a^2)^{-1/2} dx = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$.

2. Una delle equazioni di Maxwell afferma che il campo magnetico \mathbf{B} è solenoidale, ossia che la sua divergenza è nulla: $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$.

(a) Che proprietà devono avere, quindi, le linee di forza di \mathbf{B} ?

Si supponga che esista un potenziale vettore \mathbf{A} , tale cioè che \mathbf{B} possa essere ricavato dalla relazione $\mathbf{B} = \nabla \wedge \mathbf{A}$.

(b) Verificare esplicitamente in coordinate cartesiane che tale relazione implica che \mathbf{B} sia solenoidale.

Considerare ora il caso in cui, in una regione di spazio, \mathbf{B} sia uniforme e costante e scegliere l'asse z lungo la direzione del campo magnetico: $\mathbf{B} = (0, 0, B) = B\hat{z}$.

(c) Verificare in coordinate cartesiane che $\mathbf{A} = (\mathbf{B} \wedge \mathbf{r})/2$, dove \mathbf{r} è il vettore posizione, soddisfa la relazione $\mathbf{B} = \nabla \wedge \mathbf{A}$.

(d) Fare un disegno qualitativamente accurato delle linee di forza di \mathbf{B} ed \mathbf{A} in quest'ultimo caso.